

Las Tasas de Interés Efectiva y Nominal

En el presente documento se explican los diferentes tipos de tasas de interés que normalmente se utilizan en el mercado financiero. Inicialmente veremos la diferencia entre una tasa nominal y una efectiva, y su aplicación en las fórmulas y ecuaciones de valor, Seguidamente se verá un método de conversión de una tasa nominal a una efectiva, y viceversa. Asimismo, como un apéndice, se cuenta con un Diccionario de Datos, de tal manera que el lector pueda verificar el significado de las siglas que se utilizan en el presente documento.

a) La Tasa de Interés Nominal y su relación con la Tasa de Interés Efectiva

La tasa de interés efectiva es aquella que se utiliza en la fórmulas de la matemática financiera. En otras palabras, las tasas efectivas son aquellas que forman parte de los procesos de capitalización y de actualización.

En cambio, una tasa nominal, solamente es una definición o una forma de expresar una tasa efectiva. Las tasas nominales no se utilizan directamente en las fórmulas de la matemática financiera. En tal sentido, las tasas de interés nominales siempre deberán contar con la

información de cómo se capitalizan. Por ejemplo, tenemos una Tasa Nominal Anual (TNA) que se capitaliza mensualmente, lo que significa que la tasa efectiva a ser usada es mensual. Otro caso sería contar con una TNA que se capitaliza trimestralmente, lo que significa que la tasa efectiva será trimestral. Ahora bien, ¿cómo se halla el valor de la tasa de interés efectiva? Las tasas nominales pueden ser divididas o multiplicadas de tal manera de convertirla en una tasa efectiva o también en una tasa proporcional.

En el primer caso, si se recibe la información de una tasa nominal con su capitalización respectiva, entonces esta tasa se divide o se multiplica, según sea el caso por un coeficiente, al que se le denomina normalmente con la letra "m". En el segundo caso, el de la proporcionalidad, cuando la tasa nominal se divide o multiplica, se halla su respectiva tasa proporcional. Por ejemplo, una TNA puede ser convertida a una Tasa Nominal Semestral (TNS) simplemente dividiéndola entre dos. O también en sentido contrario, una Tasa Nominal Semestral (TNS) puede ser convertida en una TNA, multiplicándola por dos.

Por ejemplo, se tiene una TNA del 24% que se capitaliza mensualmente, entonces la Tasa Efectiva Mensual (TEM) será:

$$TEM = \frac{24}{100} \times \frac{1}{12} = 0.12 = 12\%$$

Esta TNA del 24% también puede convertirse a una TNS dividiéndola entre dos, la misma que sería del 12%. Como se tiene la información de que la TNA se capitaliza mensualmente, la TNS también deberá capitalizarse mensualmente, la que se obtendría dividiendo la TNS entre seis. Entonces estas operaciones se pueden sintetizar con las siguiente fórmulas:

$$TEM = \frac{24}{100} \times \frac{1}{12} = \frac{12}{100} \times \frac{1}{6} = 0.02 = 2\%$$

Se desprende así que: “dada una tasa nominal y su forma de capitalización, ésta no varía si la tasa nominal se convirtiera a otra tasa nominal proporcional”. Por ejemplo, si tenemos nuevamente la TNA del 24% y se capitaliza mensualmente, podemos hallar la tasa nominal proporcional mensual que sería 2%. Como la TNA se capitaliza mensualmente, la tasa proporcional hallada del 2% también deberá capitalizarse mensualmente, pero como esta tasa nominal también es mensual, entonces la TEM simplemente es igual que la Tasa Nominal Mensual (TNM)

Como conclusión de este análisis, las tasas nominales siempre deberán ir acompañadas de su forma de capitalización. La tasa

nominal puede ser convertida a una tasa proporcional, sin afectar la forma de capitalización. Lo que variaría sería el coeficiente “m”, que es aquel que convierte a la tasa nominal en una efectiva.

Por ejemplo, si la TNA es del 24%, y la capitalización es mensual, el coeficiente “m” será doce; si esta tasa nominal la convertimos en una TNS, ésta será del 12%; sin embargo, para convertirla en efectiva (TEM), deberá dividirse entre seis y ya no entre doce. En este último caso, como la tasa nominal se ha transformado a una tasa semestral, el coeficiente “m” tendrá un valor de seis. Lo importante de las tasas nominales es que es una especie de “representación” de la tasa efectiva.

b) La Tasa de Interés Efectiva

Como se explicara en el párrafo anterior, las tasas efectivas son las que capitalizan o actualizan un monto de dinero. En otras palabras, son las que utilizan las fórmulas de la matemática financiera.

Ahora bien, las tasas de interés efectivas pueden convertirse de un periodo a otro, es decir, se pueden hallar sus tasas de interés efectivas equivalentes. En otras palabras, toda tasa de interés efectiva de un

periodo determinado de capitalización tiene su tasa de interés efectiva equivalente en otro periodo de capitalización.

Una diferencia notoria con la tasa de interés nominal es que la efectiva no se divide ni se multiplica. Las tasas nominales pueden ser transformadas a otras proporcionalmente pero el periodo de capitalización sigue siendo el mismo.

Un capital puede ser capitalizado con diferentes tasas efectivas las mismas que se relacionan con diferentes periodos de capitalización, pero el horizonte de capitalización puede ser el mismo. Por ejemplo, si tenemos un capital HOY de 1,000.00 unidades monetarias (u.m.), y se desea capitalizar durante un año, entonces se puede efectuar la operación con una TEA, o también con su equivalente mensual, que vendría a ser una TEM pero que capitaliza doce veces en un año. También sería igual utilizar una TES como tasa equivalente de una TEA, teniendo en consideración que la TES capitaliza dos veces en un año. En el caso de las tasas nominales, se pueden transformar independientemente de la capitalización tal como se señalara anteriormente. En tal sentido, la tasa nominal se podría definir como “una presentación de cómo se va a capitalizar o actualizar un monto de dinero en un horizonte de tiempo”.

Para la conversión de una tasa efectiva a otra tasa efectiva deberá tenerse en cuenta que el horizonte de tiempo de la operación financiera deberá ser el mismo mas no así el periodo capitalizable.

Siguiendo la misma terminología del documento de “La Capitalización con Tasa de Interés Compuesta”¹, el horizonte de tiempo de la operación financiera se define con la letra “H”, y el periodo capitalizable se define con la letra “f”. Sabemos que el número de capitalizaciones (n) se obtiene del ratio de “H” y “f”, y que la tasa de interés efectiva siempre deberá estar en la misma unidad de tiempo que el coeficiente “n” (ver documento mencionado líneas arriba).

Por ejemplo, si se desea hallar la TEA a partir de una TEM, entonces vemos que el “dato” es la TEM y la “incógnita” es la TEA. Se puede plantear la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} 1 + TEA &= (1 + TEM)^{12} \\ 1 + TEA &= (1 + ieq_m)^{12} \end{aligned}$$

En este caso, la TEM hará las veces de tasa equivalente de una TEA. La TEA capitaliza una vez en un año, y la TEM capitaliza doce veces al año. Sin embargo el horizonte de tiempo de ambos miembros de la

¹ Terminología utilizada en el texto de “Apuntes de Estudio: Manual de Matemática Financiera” ;autor: Carlos Aliaga Valdez; 3era. Edición corregida en 1998; Universidad del Pacífico, Centro de Investigación, Lima.

ecuación es un año. La diferencia está en que la TEA abarca todo el horizonte en una capitalización y la TEM solamente abarca un mes, consecuentemente capitaliza doce veces. Siguiendo la terminología mostrada anteriormente, el coeficiente “H” será “12” si está en meses, y “360” si está en días; el coeficiente “f” será “1” si está en meses y “30” si está en días. Lo importante es que “H” y “f” estén en la misma unidad de tiempo al igual que la tasa equivalente. La ecuación, la que llamaremos la “ecuación clave” para la conversión de tasas será la siguiente:

$$1 + TEA = (1 + ieq)^{\frac{H}{f}}$$

esta es una ecuación que relaciona una TEA con una tasa equivalente de cualquier periodo, pudiendo ser una TEM, TEB, TET, TES o una TEA. Inclusive la tasa equivalente puede estar en días como por ejemplo, 12 días, 35 días, etc.

Para una mayor explicación veamos un ejemplo numérico. Supongamos que tenemos un capital de S/.1.00 y se deposita en una cuenta de ahorros que paga una tasa efectiva mensual del 2%. Se desea hallar el valor futuro de este capital dentro de un año. Tenemos así la siguiente ecuación:

$$S = (1 + 0.02)^{12} = 1.2682$$

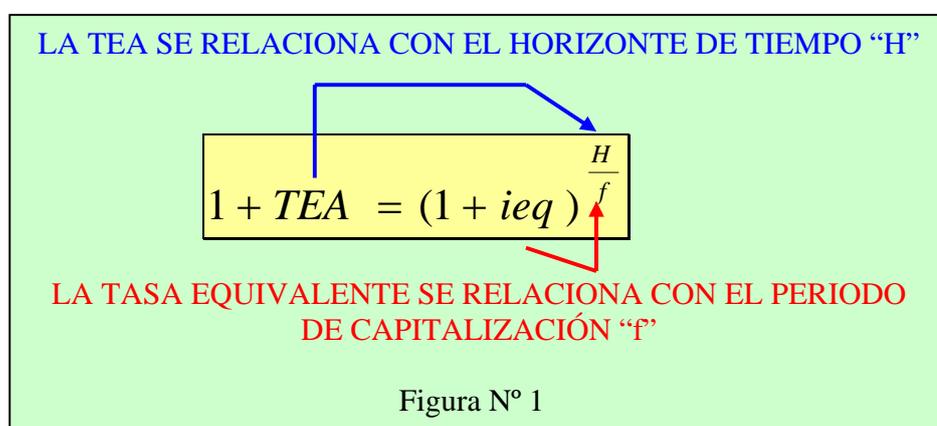
Vemos así que el nuevo sol se ha convertido en 1.2682 nuevos soles.

Sin embargo la ecuación puede tomar otra forma:

$$S = 1 + TEA = (1 + 0.02)^{12} = 1.2682 = 1 + 0.2682$$

El valor futuro del nuevo sol se ha descompuesto en dos, de tal manera de poder visualizar la ganancia. Como el capital es la unidad, entonces la ganancia también puede ser interpretada como un porcentaje del principal. Entonces, la ganancia durante un año habrá sido 26.82%. La TEM entonces tendrá su valor equivalente anual que será el porcentaje antes mencionado. Este porcentaje no es nada más que la TEA obtenida como consecuencia que la TEM del 2% ha capitalizado doce veces el nuevo sol.

De este análisis se desprende que en la ecuación clave, un miembro deberá ser el “dato”, y el otro miembro la “incógnita”. En la siguiente figura se explica en detalle el método a ser utilizado.



Es importante resaltar que el método no precisa en cual de los miembros de la ecuación clave deberá considerarse el ratio de “H” y “f”, siendo lo recomendable utilizarlo en el miembro donde se encuentra el “dato”. Sin embargo, el ratio antes mencionado podría usarse indistintamente en cualquiera de los miembros de la ecuación clave escogiendo cuidadosamente los valores de “H” y “f”.

Si seguimos con el mismo ejemplo donde la TEA es la incógnita y la tasa equivalente es el dato, y trabajamos con los coeficientes “H” y “f” en días, como es lo más recomendable, entonces tendremos la siguiente ecuación:

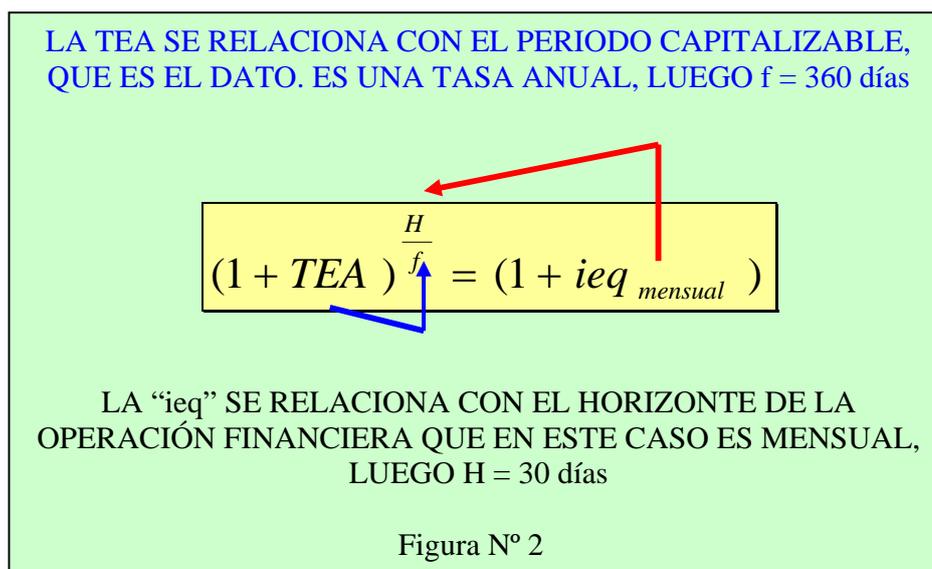
$$1 + TEA = (1 + 0.02)^{\frac{360}{30}}$$

El horizonte de tiempo de la operación financiera es de un año por lo que el coeficiente “H” es 360 días; y el coeficiente “f” es 30 días porque la capitalización es cada mes. Luego para obtener la TEA simplemente se despeja de la ecuación cuyo resultado es 26.82%. Este resultado se interpreta de la siguiente manera: “si un capital se invierte ya sea en un depósito bancario o en un préstamo, y si este capital se capitaliza

mensualmente a una tasa efectiva mensual del 2%, a lo largo de un año, la ganancia será del 26.82%”.

El ejercicio puede ser planteado de manera inversa, con la siguiente pregunta: Si un depósito o préstamo ha obtenido a lo largo de un año una ganancia del 26.82%; ¿cuál será la tasa de interés efectiva mensual equivalente? ¿cuál será la ganancia mensual? ¿cuál será la TEM con la que se ha capitalizado el depósito?

En este caso, la “incógnita” será la TEM, y el “dato” será la TEA. Es importante resaltar que para aplicar el método de la ecuación clave, es recomendable que el coeficiente “n” que es el ratio de “H” y de “f”, deba ubicarse en el miembro de la ecuación donde se encuentra el “dato” y no la “incógnita”. En la siguiente figura vemos este caso:



Aplicando la información en la ecuación clave, tenemos que:

$$(1 + 0.2682)^{\frac{30}{360}} = (1 + TEM) = (1 + ieq_{mensual})$$

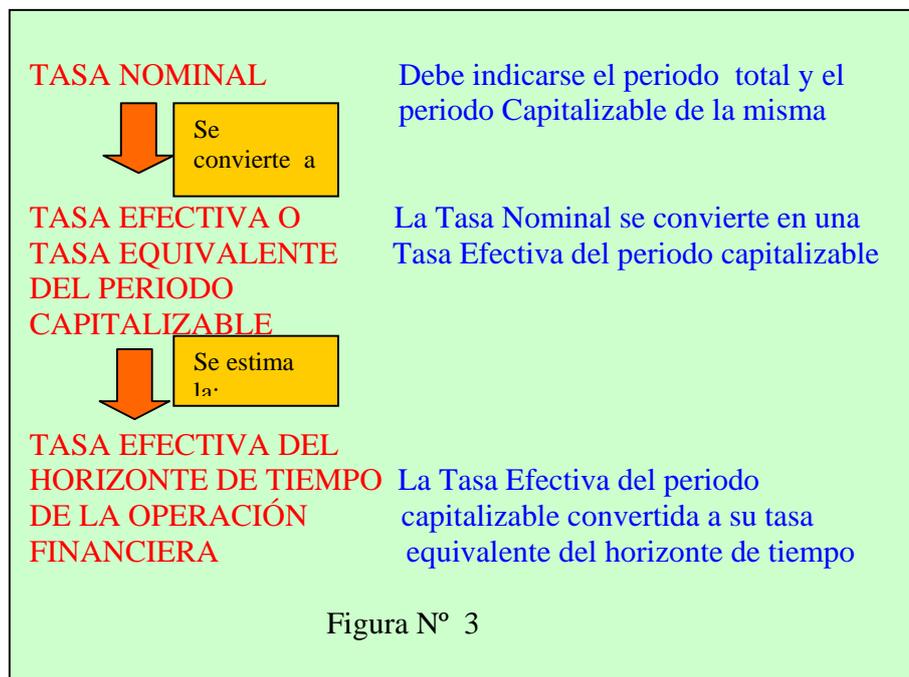
En este caso, la “incógnita” es una TEM, que tiene un horizonte de 30 días, y la tasa que capitaliza es una TEA, que tiene un periodo capitalizable de 360 días.

Despejando y resolviendo, la TEM tendrá un valor de 2%.

Si asumimos tasas efectivas anuales, semestrales, trimestrales, y mensuales se podría formar diferentes combinaciones de tasas de interés efectivas equivalentes.

c) La Tasa de Interés Efectiva a partir de una Tasa Nominal

Una tasa de interés efectiva puede ser hallada a partir de una tasa nominal. Si se cuenta con una Tasa Nominal Anual que se capitaliza mensualmente entonces se puede hallar su respectiva Tasa Efectiva Anual. El siguiente gráfico explica el proceso.



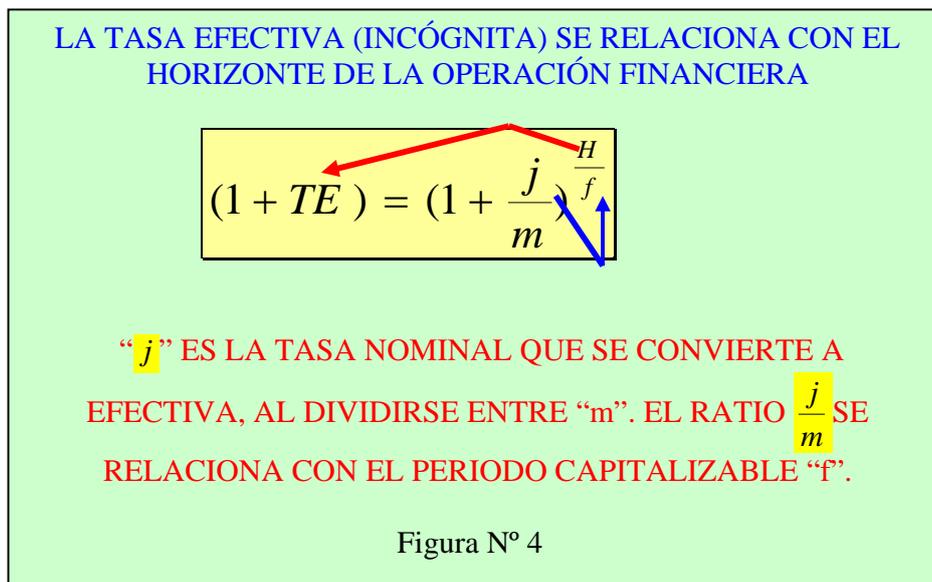
Siguiendo la terminología cuya fuente se especifica en el pie de página N° 1, la tasa nominal será denominada con la letra “j”, debiendo ir dividida por un coeficiente que la convierte en la tasa efectiva, tal como se explicara en el párrafo (a). Este coeficiente será denominado con la letra “m”. En la ecuación clave, siguiendo la secuencia mostrada en la Figura N° 3, una tasa efectiva puede obtenerse a partir de una tasa nominal a través de una tasa efectiva deducida de la tasa nominal, que en este caso haría las veces de “dato”. La tasa nominal deberá ir acompañada de la siguiente información:

- a) Horizonte de tiempo
- b) Forma de capitalización o periodo capitalizable

Por ejemplo, si se recibe la siguiente información: “una Tasa Nominal Anual (TNA) que se capitaliza mensualmente”. Esta es una forma de decir que la tasa efectiva es mensual. Si la TNA es del 24% capitalizable mensualmente entonces se deduce que la TEM es 2%. Si la TNA se capitaliza mensualmente entonces el coeficiente “m” es 12, porque son los meses que tiene un año. La letra “j” sería 0.24 (24%). Luego la tasa efectiva mensual TEM, será el ratio de “j” y “m”:

$$\frac{j}{m} = 0.02 = 2\% = TEM$$

Cabe destacar que esta tasa de interés efectiva tendrá su equivalente en cualquier otra unidad de tiempo, sin embargo, dada la información del ejemplo, lo primero que se efectúa es convertir la tasa nominal a una tasa efectiva dependiendo del periodo capitalizable. En la figura N° 4 se observa la ecuación clave con los cambios antes explicados.



En la figura N° 5 se tiene el planteamiento del caso de que: “dada una TNA del 24%, con capitalización mensual, se desea hallar su tasa equivalente anual, es decir, una TEA”. En este caso la TNA es la letra “j”, el coeficiente conversor “m” de la TNA a una TEM es 12 porque el año tiene 12 meses. El horizonte de la operación financiera es de 12 meses o 360 días porque la “incógnita” es la TEA. El periodo capitalizable es mensual o de cada 30 días que viene como parte del enunciado de la TNA (“dato”)

LA TASA EFECTIVA ANUAL SE RELACIONA CON EL HORIZONTE DE LA OPERACIÓN FINANCIERA "H=360 d".

$$(1 + TEA) = \left(1 + \frac{0.24}{12}\right)^{\frac{360}{30}}$$

$\frac{j}{m} = \frac{0.24}{12}$ ES LA TASA NOMINAL CONVERTIDA A EFECTIVA.
SE RELACIONA CON EL PERIODO CAPITALIZABLE "f=30d".

Figura N° 5

Finalmente el ejercicio anterior consiste en capitalizar (cualquier capital) doce veces con una determinada Tasa de Interés Efectiva Mensual, la misma que es deducida de la Tasa Nominal Anual.

d) La Tasa de Interés Nominal a partir de una Tasa de Interés Efectiva

Otro tipo de ejercicio consiste en que la incógnita es la Tasa Nominal y los datos son los siguientes: forma de capitalización, es decir, el periodo capitalizable, y la tasa efectiva con un horizonte de tiempo de la operación financiera. En este caso, el coeficiente "m" se deduce del enunciado de la Tasa Nominal.

Tomando la ecuación clave, se despeja la variable “j” en vista, que el resto de variables son datos. Por ejemplo, si se tiene que la TEA es 26.28% y la Tasa Nominal Anual se capitaliza mensualmente, entonces se puede plantear la siguiente ecuación:

$$1 + TEA = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{360}{30} = 12}$$

despejando la variable “j” y reemplazando los “datos”, se tiene que:

$$\begin{aligned} j &= m \cdot \left((1 + TEA)^{\frac{1}{12}} - 1 \right) \\ j &= 12 \cdot (1.2682^{\frac{1}{12}} - 1) \\ j &= 0.24 = 24\% \end{aligned}$$

Debe tenerse en cuenta en que en este tipo de ejercicio, la incógnita en la Tasa Nominal, y el dato es una Tasa Efectiva. La incógnita no es la tasa equivalente porque el ejercicio consiste en obtener una Tasa Nomina a partir de una Tasa Efectiva. Obtener la Tasa Nominal significa hallar una tasa que deberá ir acompañada de la información de cómo se capitaliza. Esta información, que es el valor del coeficiente “m”, se deduce del enunciado del ejercicio. Así, esta información se hace indispensable para poder despejar de la ecuación clave la incógnita “j”. Se recomienda al lector desarrollar un ejercicio que

consista en que la Tasa Nominal por ser estimada sea también una Tasa Efectiva. En este caso, el coeficiente “m” sería la unidad.

DICCIONARIO DE DATOS

TEM: Tasa Efectiva Mensual

TEB: Tasa Efectiva Bimensual

TET: Tasa Efectiva Trimestral

TES: Tasa Efectiva Semestral

TEA: Tasa Efectiva Anual

TNM: Tasa Nominal Mensual

TNB: Tasa Nominal Bimensual

TNT: Tasa Nominal Trimestral

TNA: Tasa Nominal Anual

H: Horizonte de tiempo de la operación financiera

f: Periodo capitalizable, o periodo de la tasa efectiva de capitalización

j: Tasa Nominal, pudiendo ser, anual, semestral, etc.

M: Coeficiente de conversión de una tasa nominal a una tasa efectiva de acuerdo al periodo capitalizable de la tasa nominal

u.m.: Unidades Monetarias

Mg. Marco Antonio Plaza Vidaurre
